

FIT ČVUT

MI-LOM

# Lineární optimalizace a metody

*Úvod*



*Evropský sociální fond*

*Praha & EU: Investujeme do vaší budoucnosti*

MICHAL ČERNÝ, 2011

## MI-LOM: Lineární optimalizace a metody — úvod



*Evropský sociální fond*

*Praha & EU: Investujeme do vaší budoucnosti*

V předmětu se budeme zabývat především lineárním programováním (*linear programming*, LP) a celočíselným lineárním programováním (*integer linear programming*, ILP). Nejprve podáme motivaci k jejich studiu — ukážeme aplikace v informatické, ekonomické a průmyslové praxi (úlohy o optimální alokaci zdrojů, plánování výroby, přiřazování jobů procesorům, toky v sítích, problém obchodního cestujícího, aplikace v kryptografii, v teorii her, v data miningu, ve výpočetní geometrii, ve statistice a řadu dalších). Vyvineme základní teorii LP, prostudujeme jeho geometrii a prokážeme větu o dualitě. Těžiště předmětu je v informatických otázkách — prozkoumáme řadu algoritmů pro LP a ILP a budeme se věnovat složitostním otázkám LP a ILP. Ve cvičeních se seznámíme s několika úspěšnými optimalizačními softwarovými produkty; uvidíme, že jejich programování do značné míry připomíná neprocedurální jazyky. Ukážeme též několik případových studií z průmyslové praxe.

### Rámcový přehled témat.

- Klasifikace optimalizačních problémů (LP, ILP, nelineární optimalizace, diskrétní optimalizace, spojitá optimalizace, vícekritériální optimalizace, ...);
- příklady užití LP a ILP;
- rekapitulace základů lineární algebry (matice, vlastní čísla a vlastní vektory, pozitivní definitnost, normy, odhady na velikost zápisu determinantů etc.);
- dualita LP;
- simplexový algoritmus pro LP, jeho geometrie a vlastnosti;
- elipsoidový algoritmus pro LP, jeho geometrie a vlastnosti;
- algoritmy vnitřního bodu (IPMs), jejich geometrie a vlastnosti;
- složitostní otázky: P-úplnost LP, NP-úplnost ILP, ILP v pevné dimenzi, polynomiálně řešitelné speciální případy ILP;
- metody k řešení úloh ILP: branch-and-bound, řezy, Lenstrova metoda; heuristiky;
- implementační otázky (numerická stabilita, řídké matice, přibližná a přesná řešení, datové struktury).

**Zkouška.** Ústní z přednesené teorie.

**Zápočet.** Preferuji aktivní práci zúčastněných, tj. nějaký typ projektu (např. implementaci některého algoritmu, vizualizaci geometrie některého algoritmu, algoritmickou komparativní studii,

implementaci nového modulu pro některý z otevřených systémů apod.); může jít i o práci teoretického typu (např. prozkoumání některé heuristiky, návrh na vylepšení některého algoritmu etc.). Konkrétněji se s účastníky domluvíme v průběhu semestru.

#### **Literatura.**

- Cook W. J. – Cunningham W. H. – Pulleyblank W. R. – Schrijver A.: *Combinatorial Optimization*. ISBN 978-0-471-55894-1. Wiley, New York 1997
- Chvátal, V.: *Linear Programming*. ISBN 978-0-716-71587-0. Freeman, 1983
- Matoušek J. – Gärtner B.: *Understanding and Using Linear Programming*. ISBN 978-3-540-30697-9. Springer Verlag, Berlin 2007
- Roos C. – Terlaky T. – Vial J.-P.: *Interior-Point Methods for Linear Optimization*. ISBN 978-0-387-26378-6. Springer Verlag, Berlin 2005
- Schrijver A.: *Theory of Linear and Integer Programming*. ISBN 978-0-471-98232-6. Wiley, New York 1998
- Thie P. R. – Keough G. E.: *An Introduction to Linear Programming and Game Theory*. ISBN 978-0-470-23286-6. Wiley, New York 2008
- Venkataraman P.: *Applied Optimization with MATLAB Programming*. ISBN 978-0-470-08488-5. Wiley, New York 2009